

České vysoké učení technické v Praze, Fakulta Elektrotechnická
Katedra Řídící techniky, Systémy a modely

Semestrální práce Vodárna 2

Jméno: **Václavík Michal (vaclam2@fel.cvut.cz)**

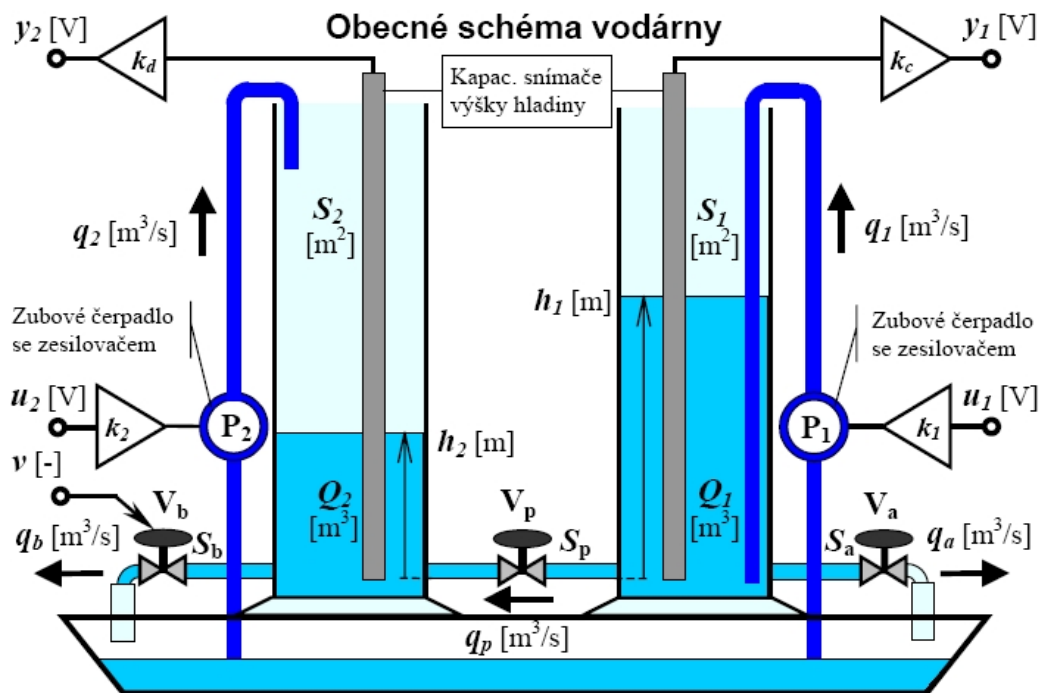
Skupina: **133**

Akademický rok: **2005 – 2006**

Zadání

Vytvořte matematický popis modelu Vodárna 2 s využitím programových nástrojů MATLAB a Simulink. Proveďte potřebná měření na fyzickém modelu a porovnejte ho s vytvořeným matematickým modelem. Body měření jsou:

- Vytvoření stavového popisu
- Změření statických charakteristik ($u_1 \rightarrow q_1$ a $h_2 \rightarrow y_2$)
- Výpočet konstant k_I , k_d , V_p a V_b
- Vytvoření nelineárního Simulinkového schématu
- Linearizace modelu
- Změření přechodové charakteristiky
- Volba pracovního bodu
- Zjištění přenosu
- Vykreslení frekvenční charakteristiky



Obr. 1: Model vodárny.

Stavové rovnice

- Při sestavování stavových rovnic jsme vycházeli z fyzikálního zákona o zachování energií $E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h = E_p$ a pro rychlost vytékání tak platí obecný vztah $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$. Do konstanty přepouštěcího ventilu V_p a vypouštěcího ventilu V_b jsme již zahrnuli i hodnotu $2g$.

$$\dot{h}_1 = \frac{k_1 \cdot u_1}{S_1} - \frac{k_p}{S_1} \cdot \sqrt{h_1 - h_2}$$

$$\dot{h}_2 = \frac{k_p}{S_2} \cdot \sqrt{h_1 - h_2} - \frac{k_b}{S_2} \cdot \sqrt{h_2}$$

$$y_2 = k_d \cdot h_2$$

Linearizace stavových rovnic

- Při linearizaci jsme použili vztah pro linearizaci druhé odmocniny $\sqrt{x_0} \approx \frac{x}{2\sqrt{x_0}}$

$$\dot{h}_1 = \frac{k_1 \cdot u_1}{S_1} - \frac{k_p}{2S_1 \cdot \sqrt{h_{10} - h_{20}}} \cdot h_1 + \frac{k_p}{2S_1 \cdot \sqrt{h_{10} - h_{20}}} \cdot h_2$$

$$\dot{h}_2 = \frac{k_p}{2S_2 \cdot \sqrt{h_{10} - h_{20}}} \cdot h_1 - \frac{\frac{k_p \sqrt{h_{20}}}{2S_2} + \frac{k_b \cdot \sqrt{h_{10} - h_{20}}}{2S_2}}{\sqrt{h_{20}} \cdot \sqrt{h_{10} - h_{20}}} \cdot h_2$$

$$y_2 = k_d \cdot h_2$$

- Matice stavového popisu

$$A = \begin{bmatrix} \frac{-k_p}{2S_1 \cdot \sqrt{h_{10} - h_{20}}} & \frac{k_p}{2S_1 \cdot \sqrt{h_{10} - h_{20}}} \\ \frac{k_p}{2S_2 \cdot \sqrt{h_{10} - h_{20}}} & \frac{\frac{k_p \sqrt{h_{20}}}{2S_2} + \frac{k_b \cdot \sqrt{h_{10} - h_{20}}}{2S_2}}{\sqrt{h_{20}} \cdot \sqrt{h_{10} - h_{20}}} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \frac{k_1}{S_1} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [0 \quad k_d] \quad D = [0]$$

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} \frac{-k_p}{2S_1 \cdot \sqrt{h_{10} - h_{20}}} & \frac{k_p}{2S_1 \cdot \sqrt{h_{10} - h_{20}}} \\ \frac{k_p}{2S_2 \cdot \sqrt{h_{10} - h_{20}}} & \frac{\frac{k_p \sqrt{h_{20}}}{2S_2} + \frac{k_b \cdot \sqrt{h_{10} - h_{20}}}{2S_2}}{\sqrt{h_{20}} \cdot \sqrt{h_{10} - h_{20}}} \end{bmatrix} \Delta x(t) + \begin{bmatrix} \frac{k_1}{S_1} \\ 0 \end{bmatrix} \Delta u(t)$$

$$y(t) = [0 \quad k_d] \Delta x(t) + [0] \Delta u(t)$$

Statické charakteristiky

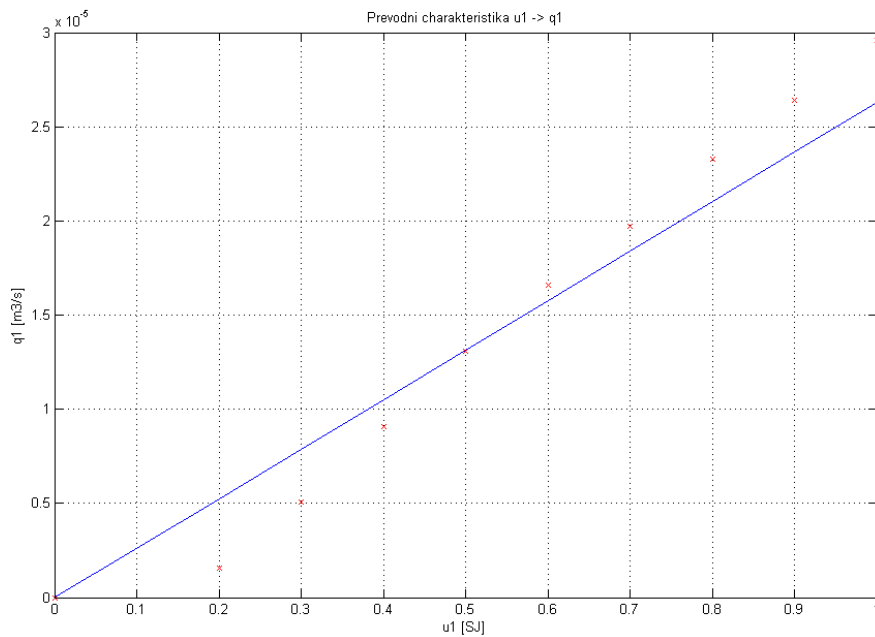
- Statickou převodní charakteristiku $u_1 \rightarrow q_1$ jsme měřili jak pro čerpání vody do válce, tak i pro její odčerpávání. Charakteristika pro čerpání má pásmo necitlivosti asi do 0,2 SJ (cca 2 V), charakteristika pro odčerpávání pásmo necitlivosti nemá, to je ale dáno netěsností čerpadla. K výpočtům průtoků potřebujeme znát plochu dna válce, která je pro pravý válec $S_1 = 0,00637 \text{ m}^2$ a pro levý $S_2 = 0,00625 \text{ m}^2$. Pro náš popis jsme použili pouze první naměřenou charakteristiku.

- Čerpání vody do válce

u_1 [SJ]	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
q_1 [m ³ /s]	0	0	1,59E-006	5,10E-006	9,08E-006	1,31E-005	1,66E-005	1,97E-005	2,33E-005	2,64E-005	2,96E-005

- Odčerpávání vody z válce

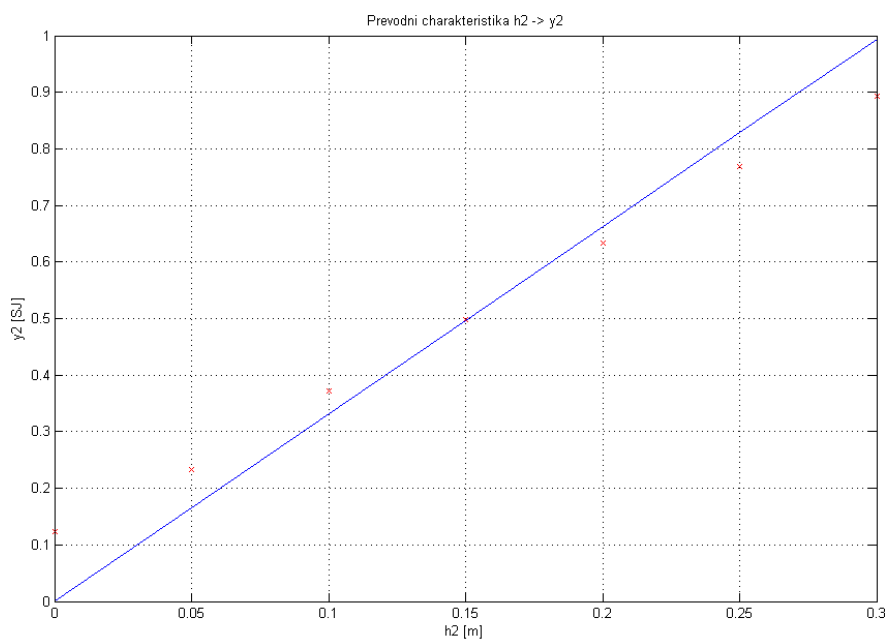
u_1 [SJ]	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
q_1 [m ³ /s]	0	6,37E-007	3,50E-006	6,69E-006	9,71E-006	1,21E-005	1,53E-005	1,77E-005	2,17E-005	2,37E-005	2,64E-005



Graf 1: statická převodní charakteristika $u_1 \rightarrow q_1$.

- Ze statické převodní charakteristiky jsme určili konstantu čerpadla $k_I=2,6317 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{SJ} \cdot \text{s}$ (pro vstup ve strojových jednotkách) a $k_I=2,6317 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{V} \cdot \text{s}$ (pro vstup ve voltech).
2. Statická převodní charakteristika $h_2 \rightarrow y_2$ je zatížena systematickou chybou 0,1226 SJ (cca 1,2 V). Z charakteristiky jsme určili převodní konstantu kapacitního snímače výšky hladiny $k_d=3,3145 \text{ SJ/m}$ (pro výstup ve strojových jednotkách) a $k_d=33,1454 \text{ V/m}$ (pro výstup ve voltech).

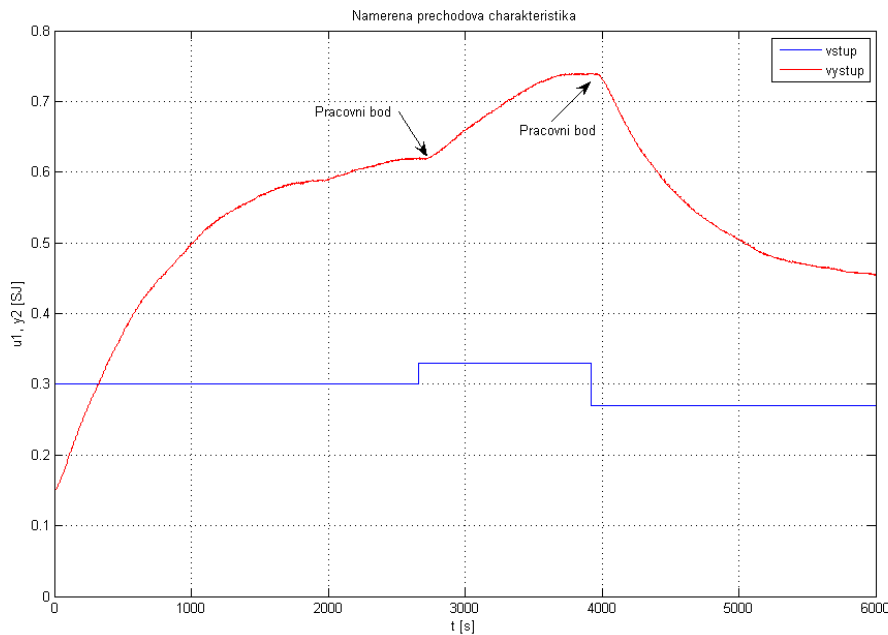
h_2 [m]	0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3
y_2 [SJ]	0,1226	0,2324	0,3720	0,4978	0,6339	0,7685	0,8923



Graf 2: statická převodní charakteristika $h_2 \rightarrow y_2$.

Přechodová charakteristika

- Počáteční vstupní skok jsme zvolili na 0,3 SJ a po ustálení zvýšili hodnotu na 0,33 SJ. Poté jsme ještě učinili skok dolů na hodnotu 0,27 SJ.



Graf 3: Naměřená přechodová charakteristika s vyznačeným pracovním bodem.

Výpočet konstant ventilů

- Konstanty ventilů V_p a V_b jsme vypočítali z přechodové charakteristiky ve dvou ustálených stavech, kdy je změna výšky hladiny nulová.
- Výška hladiny ve válcích při ustáleném stavu:

Pravý válec $h_1=0,2295$ m a $0,28$ m

Levý válec $h_2=0,185$ m a $0,2302$ m

- Výpočet konstanty přepouštěcího ventilu V_p

$$k_p = \frac{k_1 \cdot u_1}{\sqrt{h_1 - h_2}} = \frac{2,6317 \cdot 10^{-5} \cdot 0,3}{\sqrt{0,2295 - 0,186}} = 3,7854 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$k_p = \frac{k_1 \cdot u_1}{\sqrt{h_1 - h_2}} = \frac{2,6317 \cdot 10^{-5} \cdot 0,3}{\sqrt{0,28 - 0,2302}} = 3,5379 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

- Výpočet konstanty vypouštěcího ventilu V_b

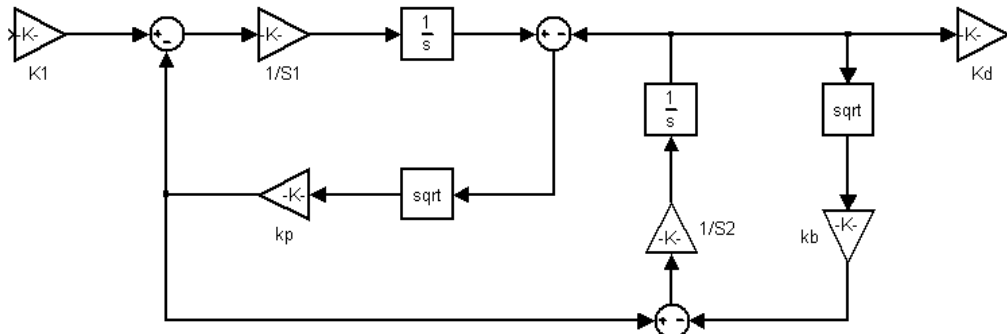
$$k_b = \frac{k_p \cdot \sqrt{h_1 - h_2}}{\sqrt{h_2}} = \frac{3,7854 \cdot 10^{-5} \cdot \sqrt{0,2295 - 0,186}}{\sqrt{0,186}} = 1,8306 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$k_b = \frac{k_p \cdot \sqrt{h_1 - h_2}}{\sqrt{h_2}} = \frac{3,7854 \cdot 10^{-5} \cdot \sqrt{0,28 - 0,2302}}{\sqrt{0,2302}} = 1,7607 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

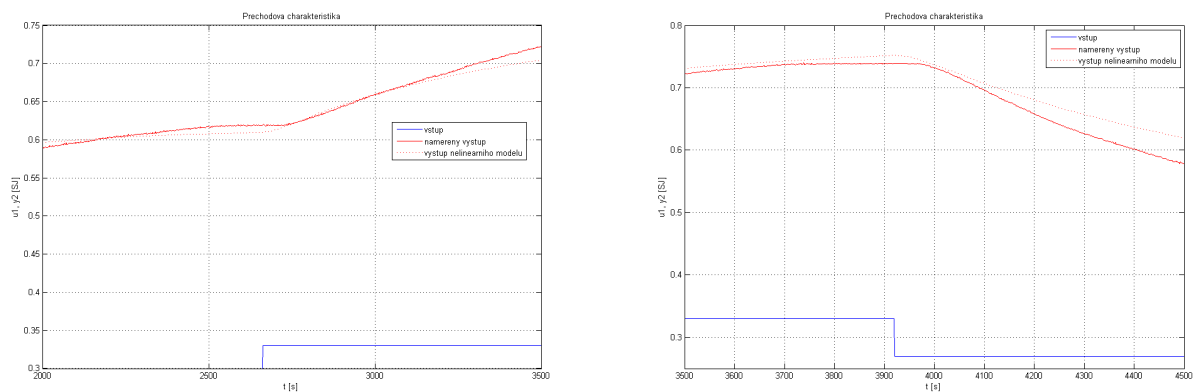
- Průměrná hodnota $k_p=3,6617 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ a $k_b=1,7957 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$

Nelineární Simulinkový model

- Ze stavových rovnic sestavíme v programu Simulink schéma, které popisuje ideální model Vodárny 2. Na vstup modelu pošleme stejný časový průběh, jaký odpovídal reálnému měření a porovnáme oba výstupy.



Obr. 2: Nelineární Simulinkové schéma Vodárny 2.



Graf 4: Naměřená a simulovaná přechodová charakteristika pro první pracovní bod vpravo a pro druhý vlevo.

Linearizovaný model

- Dosadíme do linearizovaných matic stavového popisu pro první pracovní bod

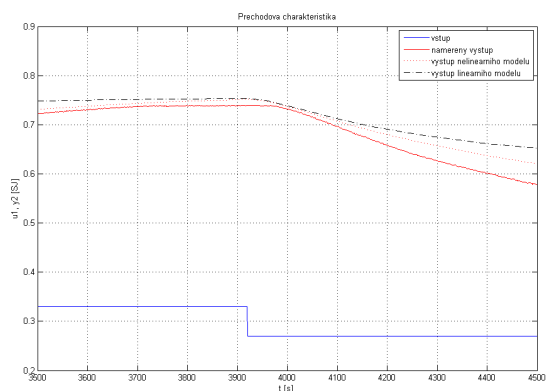
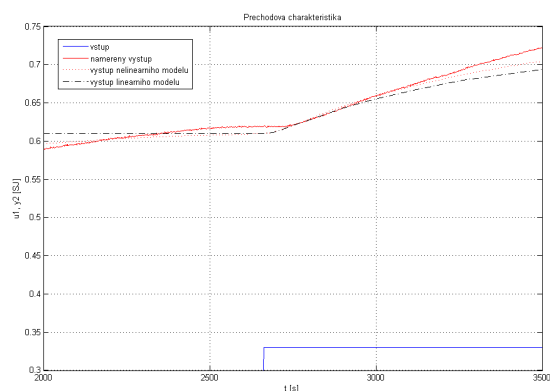
$$A = \begin{bmatrix} -0,01408 & 0,01408 \\ 0,01408 & -0,01792 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0,004131 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [0 \quad 3,3145] \quad D = [0]$$

- Dosadíme do linearizovaných matic stavového popisu pro druhý pracovní bod

$$A = \begin{bmatrix} -0,01244 & 0,01244 \\ 0,01244 & -0,01562 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0,004131 \\ 0 \end{bmatrix}$$

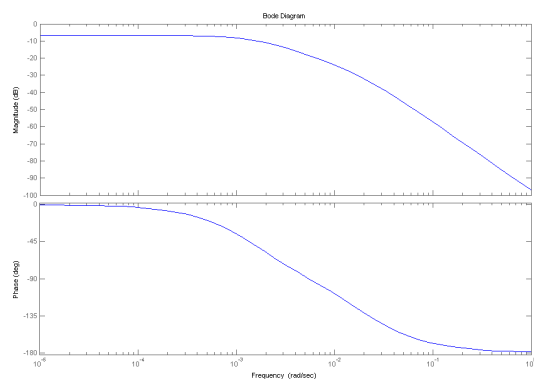
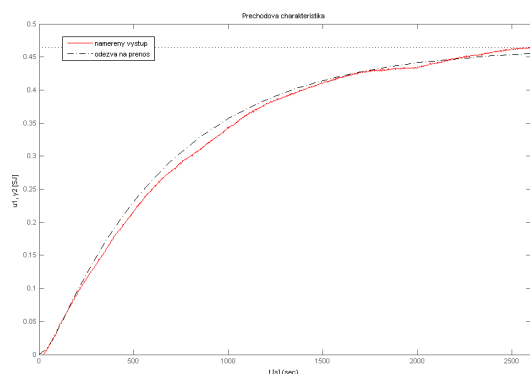
$$C = [0 \quad 3,3145] \quad D = [0]$$



Graf 5: Naměřená, simulovaná a linearizovaná přechodová charakteristika pro první pracovní bod vpravo a pro druhý vlevo.

Přenos systému

- $$G(s) = \frac{0,4642}{33360s^2 + 700s + 1}$$



Graf 6: Vlevo odezva přenosu pro první pracovní bod, vpravo frekvenční a fázová charakteristika.

Závěr

Cílem semestrální práce bylo vytvoření matematického popisu úlohy Vodárna 2. V první části úkolu jsme provedli změření statických převodních charakteristik a určení převodních konstant čerpadla a kapacitního snímače výšky hladiny. Poté jsme naměřili přechodovou charakteristiku se skoky ($0 \rightarrow 0,3$, $0,3 \rightarrow 0,33$ a $0,33 \rightarrow 0,27$) a určili dva pracovní body. V těchto bodech (ustáleném stavu) jsme zjistili konstantu přepouštěcího a vypouštěcího ventilu. Za pomoci těchto údajů jsme vytvořili Simulinkové nelineární schéma a linearizaci v obou pracovních bodech. Charakteristiky jsme mezi sebou porovnali. Průběhy nelineárního i linearizovaného modelu se odchylovaly od naměřených hodnot tím více, čím dále byly od pracovního bodu (platí v obou směrech). V závěrečné fázi úlohy jsme provedli graficko-početní určení přenosu pro první pracovní bod a vynesli frekvenční a fázovou charakteristiku. Při měření přechodové charakteristiky na fyzickém modelu došlo z neznámých důvodů k „poskočení“ ustáleného stavu před prvním pracovním bodem (viz graf 3). Proto mohlo dojít k jistému zkreslení, např. při určování přenosu systému.

Reference

[1] Horáček, P. *Systemy a modely*. Praha: Vydavatelství ČVUT, 1999.