

1. Úkoly měření

- Změřte tuhost vazbové pružiny.
- Změřte vlastní kruhovou frekvenci kyvadel.
- Změřte kruhové frekvence kyvadel, koeficient vazby pro různé počáteční podmínky a různou polohu vazbové pružiny.
- Proveďte porovnání výsledků mezi naměřenými a počátečními výsledky.
- Vypočítejte moment setrvačnosti kyvadel.

2. Použité přístroje a pomůcky

- Dvojice kyvadel
- Dvojice optických snímačů
- Vazbová pružina
- Dva čítače kyvů se stopkami
- Stopky
- Přípravek na protažení pružiny se závažími
- laboratorní váhy se sadou závaží

3. Naměřené hodnoty

a) Výpočet vlastní kruhové frekvence kyvadla

- naměřené čas jednoho sta kyvů pro levé a pravé kyvadlo

$$100 \tau_{0\text{levé}} = 77,42 \text{ s}$$

$$100 \tau_{0\text{pravé}} = 77,43 \text{ s}$$

- doba jednoho sta kyvů kyvadla

$$100 \tau_0 = \frac{100 \tau_{0\text{levé}} + 100 \tau_{0\text{pravé}}}{2} = \frac{77,42 + 77,43}{2} = 77,425 \text{ s}$$

- určení doby jedné periody

$$T_0 = 2 \frac{100 \tau_0}{100} = \frac{2 \cdot 77,425}{100} = 1,549 \text{ s}$$

- výpočet kruhové frekvence

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1,549} = 4,056 \text{ rad.s}^{-1}$$

- odhad pravděpodobné chyby měření času jedné periody

$$\vartheta(T_0) = \frac{0,01}{100} = 0,0001 \text{ s}$$

- výpočet pravděpodobné chyby kruhové frekvence

$$\vartheta(\omega_0) = \sqrt{\left(\frac{-2\pi}{T_0^2} \cdot \vartheta(T_0)\right)^2} = 0,00026 \text{ rad.s}^{-1}$$

b) Výpočet tuhosti pružiny

- naměřené hodnoty protažení

Spřážená kyvadla

$$y_M = 0,0723 \text{ m}$$

$$y_{2M} = 0,1099 \text{ m}$$

- výpočet tuhosti pružiny

$$k = \frac{(2M - M)g}{y_{2M} - y_M} = \frac{0,03 \text{ g}}{0,0376} = 7,824 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-2}$$

- výpočet pravděpodobné chyby tuhosti pružiny

$$\vartheta(k) = \sqrt{\left(\frac{-Mg}{\Delta y^2} \vartheta(\Delta y)\right)^2 + \left(\frac{g \Delta y}{\Delta y^2} \vartheta(M)\right)^2} = 0,246 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-2}$$

- výpočet kruhové frekvence kmitání jednoho závaží

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{7,824}{0,03}} = 16,149 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

c) Vlastnosti fyzického kyvadla

- hmotnost fyzického kyvadla

$$m_k = (1,2690 \pm 0,0005) \text{ kg}$$

- težiště fyzického kyvadla

$$T = (0,490 \pm 0,001) \text{ m}$$

d) Výpočet kruhových frekvencí ω_0 , ω_1 , ω_2 , ω_3

- výpočet byl proveden dle vztahů a postupů uvedených v bodě 3a

	l=0,25 m	l=0,35 m
$100\tau_{\text{olevé}} [\text{s}]$	77,05	77,07
$100\tau_{\text{opravé}} [\text{s}]$	77,04	77,03
$\omega_0 [\text{rad/s}]$	4,078	4,077
$v(\omega_0) [\text{rad/s}]$	0,00026	0,00026
$100\tau_{\text{olevé}} [\text{s}]$	70,97	66,28
$100\tau_{\text{opravé}} [\text{s}]$	70,97	66,29
$\omega_1 [\text{rad/s}]$	4,427	4,740
$v(\omega_0) [\text{rad/s}]$	0,00031	0,00036
$t_6 [\text{s}]$	108,48	56,70
$\omega_2 [\text{rad/s}]$	0,174	0,332
$v(\omega_0) [\text{rad/s}]$	0,00000016	0,00000006
$100\tau_0 [\text{s}]$	76,84	77,05
$\omega_3 [\text{rad/s}]$	4,088	4,077
$v(\omega_0) [\text{rad/s}]$	0,00027	0,00026

e) Výpočet koeficientu vazby

- obecný vzorec pro výpočet koeficientu vazby

$$k = \frac{\omega_1^2 - \omega_0^2}{\omega_1^2 + \omega_0^2}$$

Spřažená kyvadla

- výpočet koeficientu vazby pro $l = 0,25$ m

$$k = \frac{\omega_1^2 - \omega_0^2}{\omega_1^2 + \omega_0^2} = \frac{4,427^2 - 4,078^2}{4,427^2 + 4,078^2} = 0,0819$$

- výpočet koeficientu vazby pro $l = 0,35$ m

$$k = \frac{\omega_1^2 - \omega_0^2}{\omega_1^2 + \omega_0^2} = \frac{4,740^2 - 4,077^2}{4,740^2 + 4,077^2} = 0,1495$$

- druhý obecný vzorec pro výpočet koeficientu vazby

$$k = \frac{2\omega_2\omega_3}{\omega_2^2 + \omega_3^2}$$

- výpočet koeficientu vazby pro $l = 0,25$ m

$$k = \frac{2\omega_2\omega_3}{\omega_2^2 + \omega_3^2} = \frac{2 \cdot 0,174 \cdot 4,088}{0,174^2 + 4,088^2} = 0,0850$$

- výpočet koeficientu vazby pro $l = 0,35$ m

$$k = \frac{2\omega_2\omega_3}{\omega_2^2 + \omega_3^2} = \frac{2 \cdot 0,332 \cdot 4,077}{0,332^2 + 4,077^2} = 0,1618$$

f) Výpočet momentu setrvačnosti

- výpočet momentu setrvačnosti

$$J = \frac{mgT}{\omega_0^2} = \frac{1,2690 \cdot g \cdot 0,490}{4,056^2} = 0,3707 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

- výpočet pravděpodobné chyby momentu setrvačnosti

$$\vartheta(J) = \sqrt{\left(\frac{-2mgT\omega_0}{\omega_0^4} \vartheta(\omega_0)\right)^2 + \left(\frac{mg}{\omega_0^4} \vartheta(T)\right)^2 + \left(\frac{Tg}{\omega_0^4} \vartheta(m)\right)^2} = 0,0000667 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

4. Závěr

Na začátku měření jsme spočítali vlastní kruhovou frekvenci kyvadla, která vyšla $(4,056 \pm 0,001) \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$. Dále tuhost pružiny $(7,824 \pm 0,246) \text{ kg} \cdot \text{s}^{-2}$. Nakonec jsme ještě určili těžiště kyvadla $(0,490 \pm 0,001) \text{ m}$ a jeho hmotnost $(1,2690 \pm 0,0005) \text{ kg}$. Poté jsme přikročili k měření na spřažených kyvadlech pro umístění pružiny ve vzdálenostech $0,25 \text{ m}$ a $0,35 \text{ m}$ od osy otáčení. Výsledky těchto měření jsou uvedeny ve formě tabulky v bodě 3d. Z naměřených kruhových frekvencí jsme pomocí dvou rozdílných vztahů vypočítali koeficient vazby. Ten se pro vzdálenost pružiny $0,25 \text{ m}$ lišil o $3,8\%$ a pro vzdálenost $0,35 \text{ m}$ o $8,2\%$. V posledním bodě úlohy jsme vypočítali moment setrvačnosti kyvadel $(0,3707 \pm 0,0001) \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.