

1. Úkoly měření

- Pečlivě prostudujte návod k použití goniometru.
- Změřte lámavý úhel hranolu.
- Proměřte goniometrem s daným hranolem minimální deviace alespoň tři barevných čar ve spektru sodíkové výbojky.
- Vyneste do grafu disperzní křivku hranolu $N=N(\lambda)$ v rozsahu vlnových délek 400 – 650 nm.
- Určete charakteristickou disperzi pro každou naměřenou spektrální čáru. Pro příslušné vlnové délky stanovte rovněž rozlišovací schopnost a úhlovou disperzi hranolu.

2. Použité přístroje a pomůcky

- Goniometr
- Sodíková výbojka
- Optický hranol

3. Naměřené hodnoty

a) Stanovení lámavého úhlu hranolu zrcadlením štěrbin

- obecný vzorec pro výpočet lámavého úhlu hranolu

$$\varphi = \frac{1}{2}(\psi_1 - \psi_2)$$

- tabulka naměřených polohových úhlů a vypočtených lámavých úhlů hranolu

Měření [-]	1	2	3	4	5
Polohový úhel ψ_1 [°]	153,95	155,33	153,93	155,37	154,95
Polohový úhel ψ_2 [°]	34,82	33,47	34,83	33,43	34,43
lámavý úhel φ [°]	59,57	60,93	59,55	60,97	60,26

- lámavý úhel hranolu vypočtený jako aritmetický průměr z pěti měření

$$\varphi = \frac{\sum \varphi_i}{i} = \frac{301,28}{5} = 60,26^\circ$$

b) Stanovení minimální deviace tří barevných čar spektra

- obecný vzorec pro výpočet minimální deviace

$$\delta_{min} = \frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma_2)$$

- tabulka naměřených polohových úhlů a vypočtených minimálních deviací pro 589 nm (žlutá)

Měření [-]	1	2	3	4	5
Polohový úhel γ_1 [°]	138,40	138,22	138,20	138,27	138,23
Polohový úhel γ_2 [°]	40,57	40,50	40,28	40,48	40,35
Minimální deviace δ_{min} [°]	48,92	48,86	48,96	48,90	48,94

- minimální deviace pro 589 nm vypočtená jako aritmetický průměr z pěti měření

$$\delta_{min} = \frac{\sum \delta_{min}}{i} = \frac{244,57}{5} = 48,91^\circ$$

- tabulka naměřených polohových úhlů a vypočtených minimálních deviací pro 546,1 nm (zelenožlutá)

Měření [-]	1	2	3	4	5
Polohový úhel γ_1 [°]	138,37	138,33	138,33	138,35	138,37
Polohový úhel γ_2 [°]	40,33	40,33	40,13	40,32	40,20
Minimální deviace δ_{min} [°]	49,02	49,00	49,10	49,02	49,09

- minimální deviace pro 546,1 nm vypočtená jako aritmetický průměr z pěti měření

$$\delta_{min} = \frac{\sum \delta_{min}}{i} = \frac{245,22}{5} = 49,04^\circ$$

- tabulka naměřených polohových úhlů a vypočtených minimálních deviací pro 471,3 nm (modrá)

Měření [-]	1	2	3	4	5
Polohový úhel γ_1 [°]	139,03	139,00	138,97	139,05	139,00
Polohový úhel γ_2 [°]	39,70	39,70	39,73	39,67	39,50
Minimální deviace δ_{min} [°]	49,67	49,65	49,62	49,69	49,75

- minimální deviace pro 471,3 nm vypočtená jako aritmetický průměr z pěti měření

$$\delta_{min} = \frac{\sum \delta_{min}}{i} = \frac{248,38}{5} = 49,68^\circ$$

c) Výpočet indexu lomu hranolu

- obecný vzorec pro výpočet indexu lomu hranolu

$$N = \frac{\sin \left[\frac{1}{2} (\delta_{min} + \varphi) \right]}{\sin \left(\frac{\varphi}{2} \right)}$$

- výpočet indexu lomu hranolu pro 589 nm

$$N = \frac{\sin \left[\frac{1}{2} (\delta_{min} + \varphi) \right]}{\sin \left(\frac{\varphi}{2} \right)} = \frac{\sin \left[\frac{1}{2} (48,91 + 60,26) \right]}{\sin \left(\frac{60,26}{2} \right)} = 1,624$$

- výpočet indexu lomu hranolu pro 546,1 nm

$$N = \frac{\sin \left[\frac{1}{2} (\delta_{min} + \varphi) \right]}{\sin \left(\frac{\varphi}{2} \right)} = \frac{\sin \left[\frac{1}{2} (49,04 + 60,26) \right]}{\sin \left(\frac{60,26}{2} \right)} = 1,625$$

- výpočet indexu lomu hranolu pro 471,3 nm

$$N = \frac{\sin\left[\frac{1}{2}(\delta_{min} + \varphi)\right]}{\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)} = \frac{\sin\left[\frac{1}{2}(49,68 + 60,26)\right]}{\sin\left(\frac{60,26}{2}\right)} = 1,631$$

d) Výpočet charakteristické disperze

- obecný vzorec aproximující průběh disperzní závislosti

$$N = N_n + \frac{C}{\lambda - \lambda_n}$$

- obecný vzorec pro výpočet konstanty C

$$C = \frac{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_3)(-N_1 + N_2)(N_1 - N_3)(N_2 - N_3)}{(-\lambda_2 N_1 + \lambda_3 N_1 + \lambda_1 N_2 - \lambda_3 N_2 - \lambda_1 N_3 + \lambda_2 N_3)^2}$$

- obecný vzorec pro výpočet konstanty N_n

$$N_n = \frac{\lambda_1 N_1 N_2 - \lambda_2 N_1 N_2 - \lambda_1 N_1 N_3 + \lambda_3 N_1 N_3 + \lambda_2 N_2 N_3 - \lambda_3 N_2 N_3}{-\lambda_2 N_1 + \lambda_3 N_1 + \lambda_1 N_2 - \lambda_3 N_2 - \lambda_1 N_3 + \lambda_2 N_3}$$

- obecný vzorec pro výpočet konstanty λ_n

$$\lambda_n = \frac{\lambda_1 \lambda_2 N_1 - \lambda_1 \lambda_3 N_1 - \lambda_1 \lambda_2 N_2 + \lambda_2 \lambda_3 N_2 + \lambda_1 \lambda_3 N_3 - \lambda_2 \lambda_3 N_3}{\lambda_2 N_1 - \lambda_3 N_1 - \lambda_1 N_2 + \lambda_3 N_2 + \lambda_1 N_3 - \lambda_2 N_3}$$

- konstanty C , N_n a λ_n získané pomocí skriptu na webových stránkách Katedry fyziky

$$C = 0,779 \text{ nm}$$

$$N_n = 1,619$$

$$\lambda_n = 406,278 \text{ nm}$$

- obecný vzorec pro výpočet charakteristické disperze

$$\frac{dN}{d\lambda} = \frac{-C}{(\lambda - \lambda_n)^2}$$

- výpočet charakteristické disperze pro 589 nm

$$\frac{dN}{d\lambda} = \frac{-C}{(\lambda - \lambda_n)^2} = \frac{-0,779}{(589 - 406,278)^2} = -2,333 \cdot 10^{-5}$$

- výpočet charakteristické disperze pro 546,1 nm

$$\frac{dN}{d\lambda} = \frac{-C}{(\lambda - \lambda_n)^2} = \frac{-0,779}{(546,1 - 406,278)^2} = -3,985 \cdot 10^{-5}$$

- výpočet charakteristické disperze pro 471,3 nm

$$\frac{dN}{d\lambda} = \frac{-C}{(\lambda - \lambda_n)^2} = \frac{-0,779}{(471,3 - 406,278)^2} = -18,425 \cdot 10^{-5}$$

- průběh disperzní křivky viz příloha

e) Výpočet úhlové disperze

- obecný vzorec pro výpočet úhlové disperze

$$\frac{d\delta}{d\lambda} = \frac{2\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}{\sqrt{1-N^2\sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)}} \frac{dN}{d\lambda}$$

- výpočet úhlové disperze pro 589 nm

$$\frac{d\delta}{d\lambda} = \frac{2\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}{\sqrt{1-N^2\sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)}} \frac{dN}{d\lambda} = \frac{2\sin\left(\frac{60,26}{2}\right)}{\sqrt{1-1,624^2\sin^2\left(\frac{60,26}{2}\right)}} (-2,333 \cdot 10^{-5}) = -4,044 \cdot 10^{-5}$$

- výpočet úhlové disperze pro 546,1 nm

$$\frac{d\delta}{d\lambda} = \frac{2\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}{\sqrt{1-N^2\sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)}} \frac{dN}{d\lambda} = \frac{2\sin\left(\frac{60,26}{2}\right)}{\sqrt{1-1,625^2\sin^2\left(\frac{60,26}{2}\right)}} (-3,985 \cdot 10^{-5}) = -6,916 \cdot 10^{-5}$$

- výpočet úhlové disperze pro 471,3 nm

$$\frac{d\delta}{d\lambda} = \frac{2\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}{\sqrt{1-N^2\sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)}} \frac{dN}{d\lambda} = \frac{2\sin\left(\frac{60,26}{2}\right)}{\sqrt{1-1,631^2\sin^2\left(\frac{60,26}{2}\right)}} (-18,425 \cdot 10^{-5}) = -32,213 \cdot 10^{-5}$$

f) Výpočet rozlišovací schopnosti hranolu

- obecný vzorec pro rozlišovací schopnosti hranolu

$$R = b \frac{dN}{d\lambda}$$

4. Závěr

V první části úlohy jsme stanovili lámavý úhel hranolu $\varphi=60,26^\circ$. Poté jsme změřili minimální deviace pro tři barevné čáry ve spektru výbojky. Pro 589 nm je $\delta_{min}=48,91^\circ$, pro 546,1 nm $\delta_{min}=49,04^\circ$ a pro 471,3 nm $\delta_{min}=49,68^\circ$. Se znalostí lámavého uhlu a minimální deviace jsme vypočetli pro jednotlivé vlnové délky indexy lomu hranolu $N_{589}=1,624$, $N_{546,1}=1,625$ a $N_{471,3}=1,631$. Poté jsme pomocí skriptu, umístěného na webových stránkách katedry <http://herodes.feld.cvut.cz/mereni/goniom/goniom.php>, zjistili konstanty C , N_n a λ_n pro popis průběhu disperzní závislosti. Za pomoci těchto konstant jsme vypočetli charakteristické disperze pro jednotlivé vlnové délky a nakonec úhlové disperze. Bohužel jsme nemohli splnit poslední bod, což je výpočet rozlišovací schopnosti hranolu, protože jsme nezměřili velikost podstavy hranolu.

Graf závislosti indexu lomu na vlnové délce

